

**25ª ESCOLA DE VERÃO EM  
DINÂMICA ORBITAL E PLANETOLOGIA**

**22 a 26 de Fevereiro de 2021**

***ASTRODINÂMICA DE VEÍCULOS ESPACIAIS***

**Antonio F. Bertachini A. Prado**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

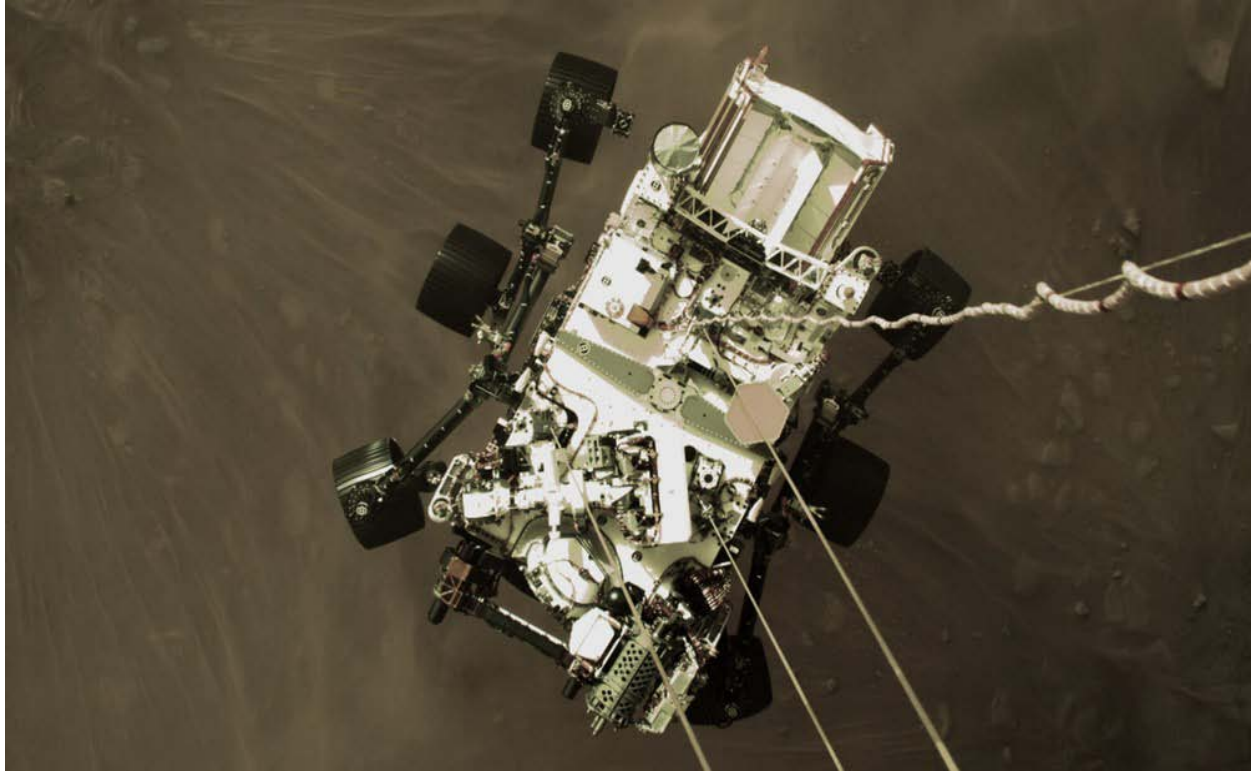
antonio.prado@inpe.br

**Vivian Gomes**

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP

vivian.gomes@unesp.br

# Marte, Fevereiro de 2021



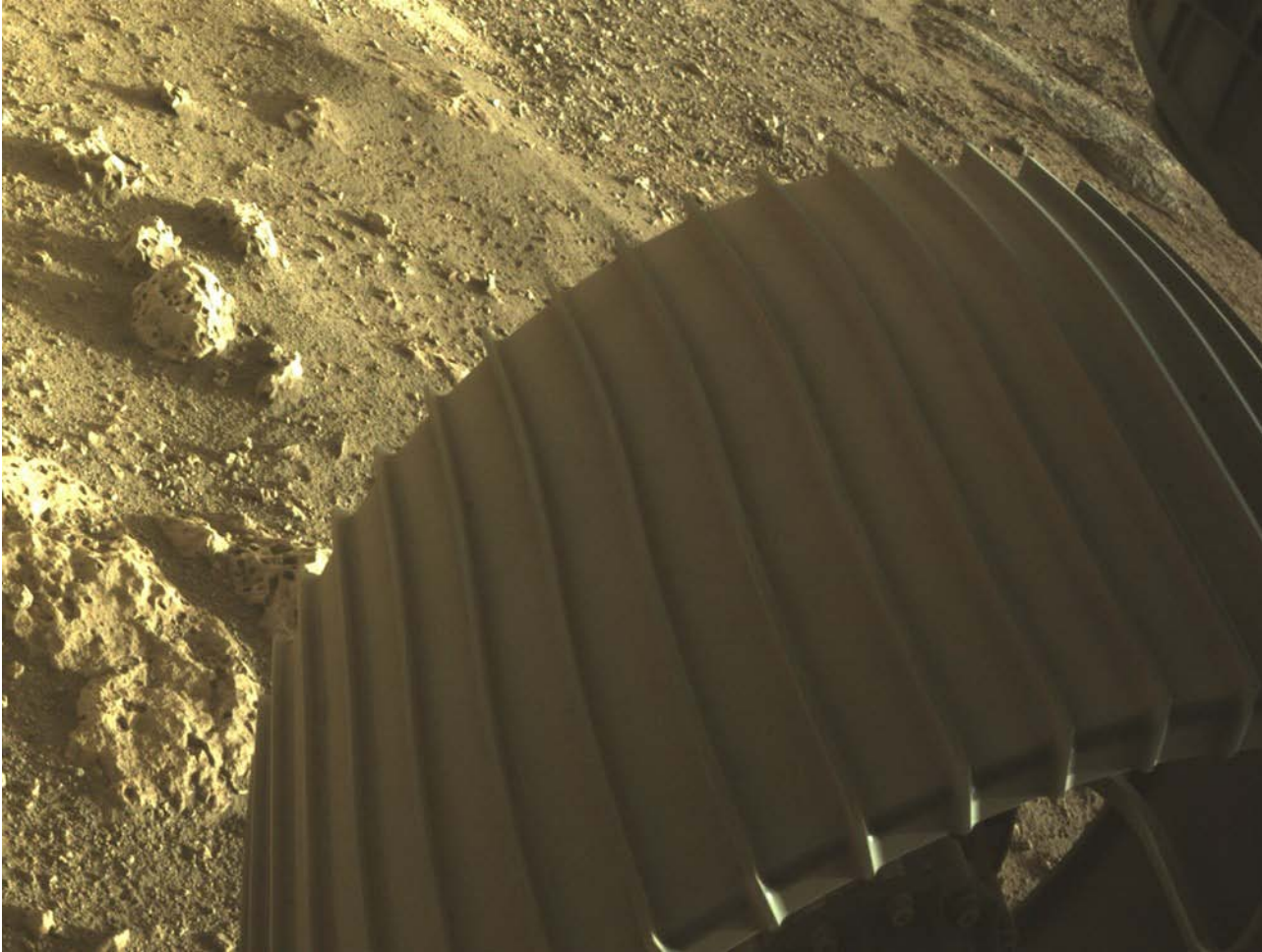
O Perseverance, o novo robô que a Nasa enviou a Marte — Foto: Nasa

# Marte, Fevereiro de 2021



O Perseverance, o novo robô que a Nasa enviou a Marte — Foto: Nasa

# Marte, Fevereiro de 2021



O Perseverance, o novo robô que a Nasa enviou a Marte — Foto: Nasa

# MOTIVAÇÃO

Como chegar em Marte e outros corpos celestes?

Que caminho seguir?

Quando iniciar a viagem?

Quando chegar?

São questões de Astrodinâmica, a variante da mecânica celeste que estuda o movimento de veículos espaciais.

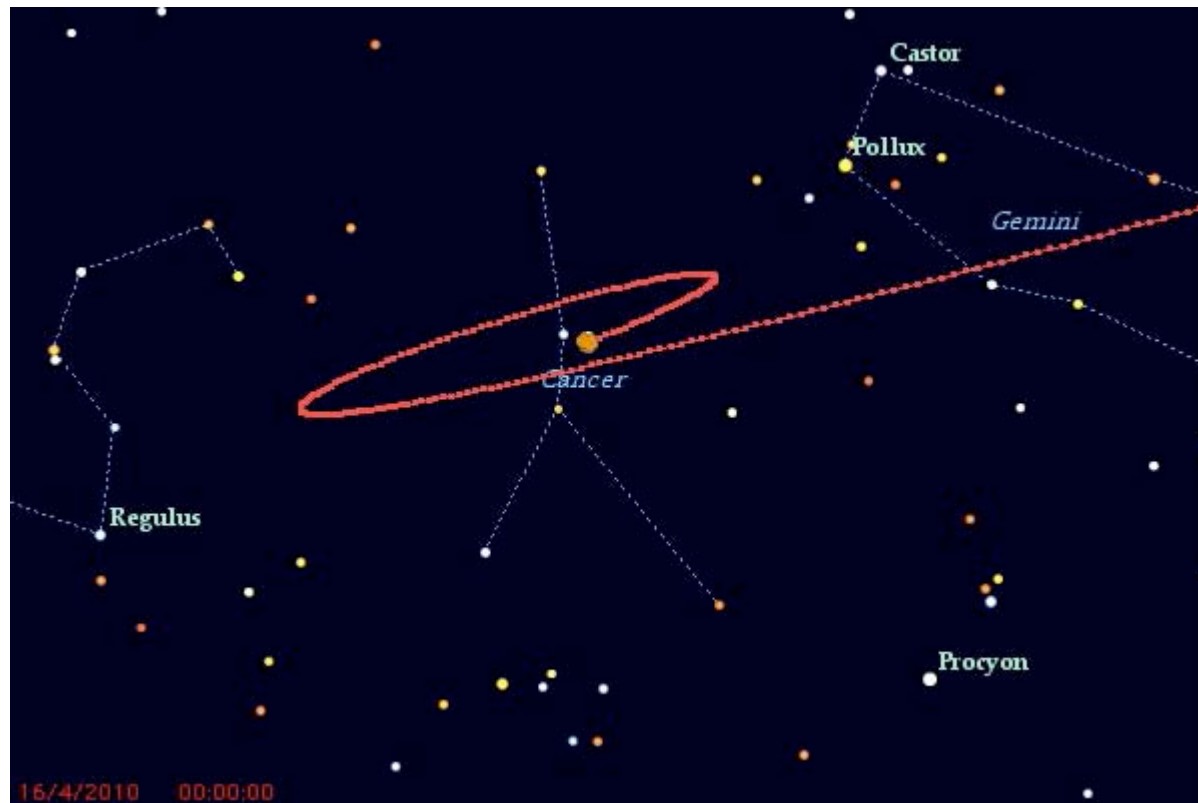
# INTRODUÇÃO

O objetivo é fornecer uma introdução aos principais problemas e modelos matemáticos utilizados em manobras orbitais e dinâmica orbital.

Esta palestra mostrará: possíveis tipos de órbita de um veículo espacial sujeito à atração gravitacional de um ou dois corpos (Terra e Lua, por exemplo), efeito de perturbações na órbita do veículo espacial, como realizar manobras para alterar a sua órbita, etc.

# HISTÓRIA

Observações do céu mostraram que existem corpos que possuem um movimento próprio no céu, que foram denominados de “planetas” (errantes).



# HISTÓRIA

Com base nessas observações surgiu o interesse em descobrir maneiras de prever esses movimentos.

Com o avanço da tecnologia, a humanidade passou a construir veículos espaciais.

A mecânica celeste criou um novo ramo dedicado ao estudo do movimento dos veículos espaciais: Surge a Astrodinâmica!!

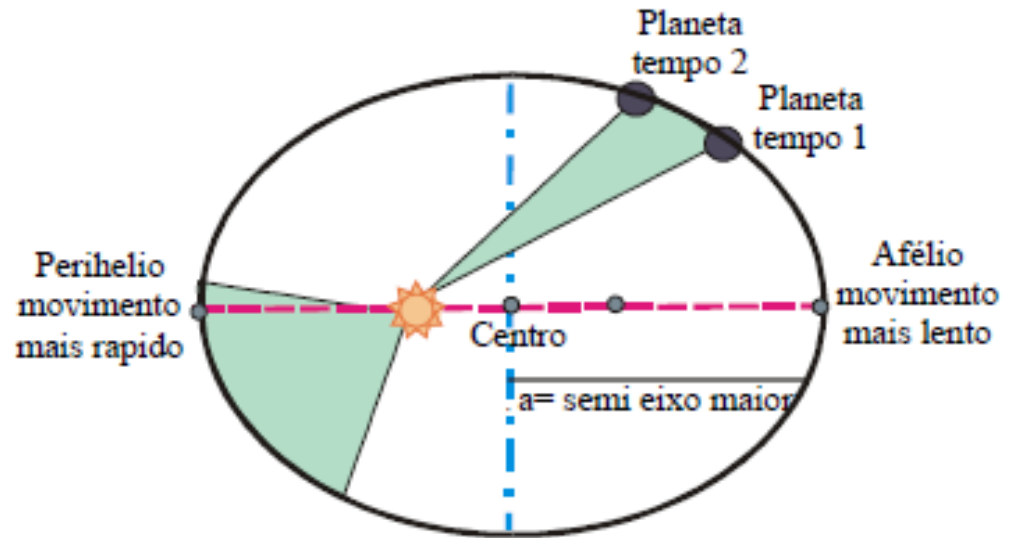
# PROBLEMA DE DOIS CORPOS

A sucessão de eventos começa com as observações feitas pelo astrônomo Tycho Brahe (1546-1601).

Coletou dados de movimentos dos planetas a olho nu.

Esses dados foram estudados por Johannes Kepler (1571-1630), que formulou as três importantes leis, chamadas “Leis de Kepler”.

- 1) A órbita de cada planeta é uma elipse, com o Sol ocupando um dos focos;
- 2) Para cada planeta, a velocidade com que o raio vetor que o une ao Sol percorre áreas iguais em tempos iguais (velocidade areolar é constante). O movimento é mais rápido no periélio e mais lento no afélio;
- 3) O cubo do semi-eixo maior da órbita do planeta é proporcional ao quadrado do seu período orbital.



Depois disso Isaac Newton (1642-1727) obteve uma lei matemática que fornece a força exercida entre dois pontos de massa para que as trajetórias resultantes sigam as leis descobertas por Kepler. É a chamada “Lei de Newton da Gravitação”:

*Todos os corpos celestes são atraídos uns pelos outros com uma força de magnitude dada pela equação:  $F_g = GMm/r^2$*

$F_g$  é a força de gravitação entre dois corpos;

$M, m$  são as massas dos dois corpos envolvidos;

$G = 6.668 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  é a constante de gravitação universal;

$r$  é a distância entre os centros de massa dos dois corpos.

# TIPOS DE ÓRBITAS

As trajetórias para um veículo espacial que se move sujeito a ação da gravidade de um corpo central assumido como ponto de massa são as chamadas seções cônicas: círculo, elipse, parábola, hipérbole.

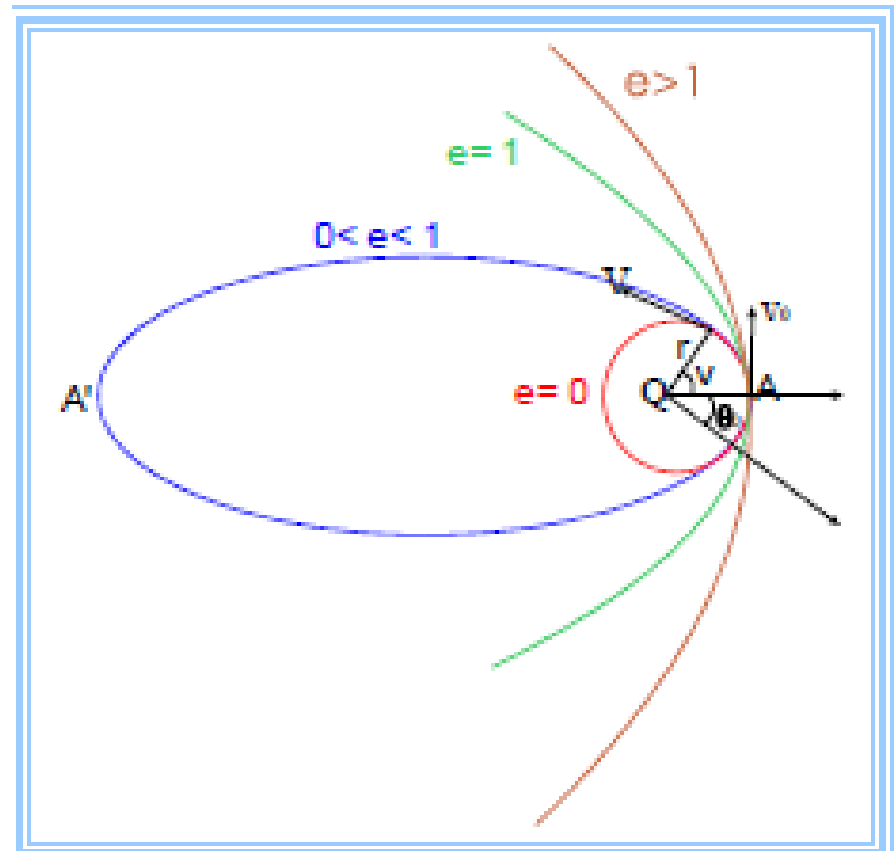
*O valor de sua excentricidade  $e$  determina o tipo de trajetória.*

**elipse ( $0 < e < 1$ )**

**circunferência ( $e = 0$ )**

**parábola ( $e = 1$ )**

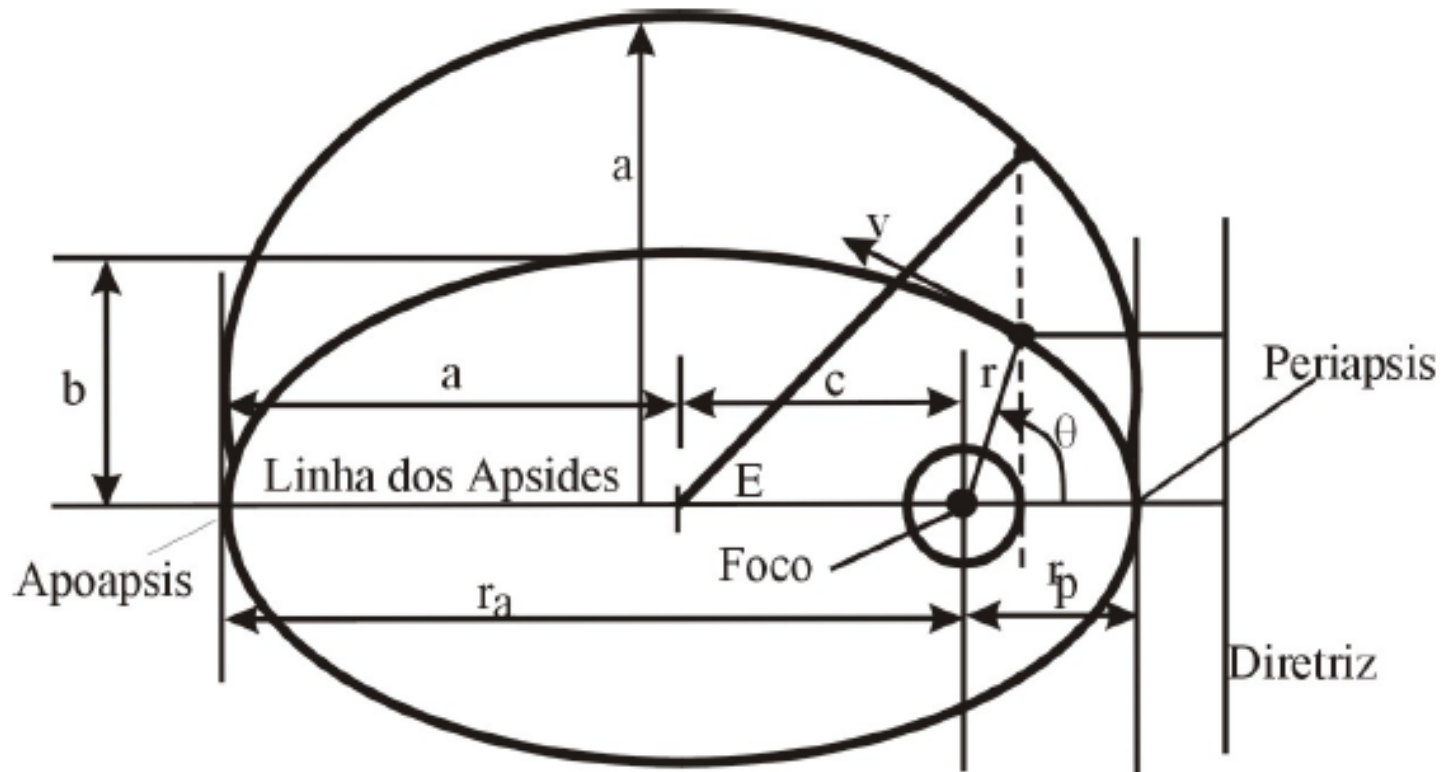
**hipérbole ( $e > 1$ )**



**a** = Semi-eixo maior da elipse;

**e** = Excentricidade da elipse;

**$\theta$**  = Anomalia Verdadeira: é o ângulo que especifica a posição do veículo espacial na órbita;

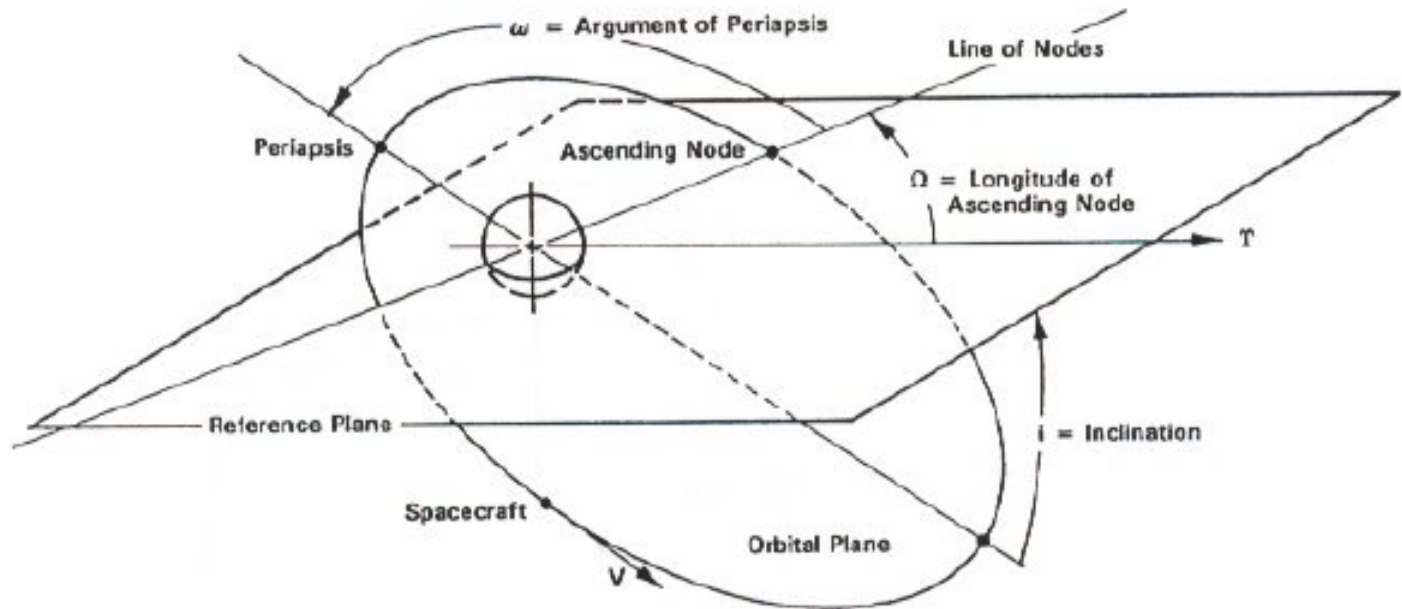


**Órbita Elíptica: Elementos Keplerianos**

**i** = Inclinação do plano orbital em relação ao Equador terrestre. Pode variar de  $0^\circ < i < 180^\circ$ .

**$\Omega$**  = Longitude do Nodo Ascendente, que é o ângulo entre o eixo cartesiano X (definido como a direção do ponto Vernal) e a linha dos nodos.

**$\omega$**  = Argumento do Perigeu, que é o ângulo entre a linha de intersecção do plano orbital com o Equador terrestre (linha de nodos) e o raio vetor do perigeu da órbita.



Órbita Kepleriana no Espaço (Brown, 1998).

## ÓRBITAS PARABÓLICAS (ONDE $e = 1$ )

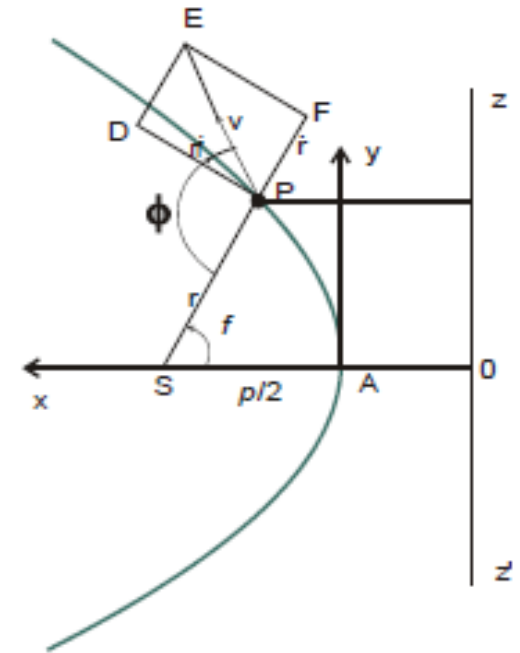
Neste tipo de movimento de dois corpos a órbita é aberta.

O segundo corpo aproxima-se do primeiro vindo do infinito até que passa pelo ponto A, o periapsis da trajetória.

Nesse ponto a velocidade relativa será máxima.

A partir daí o veículo espacial começa a retornar para o infinito.

Energia total é zero.



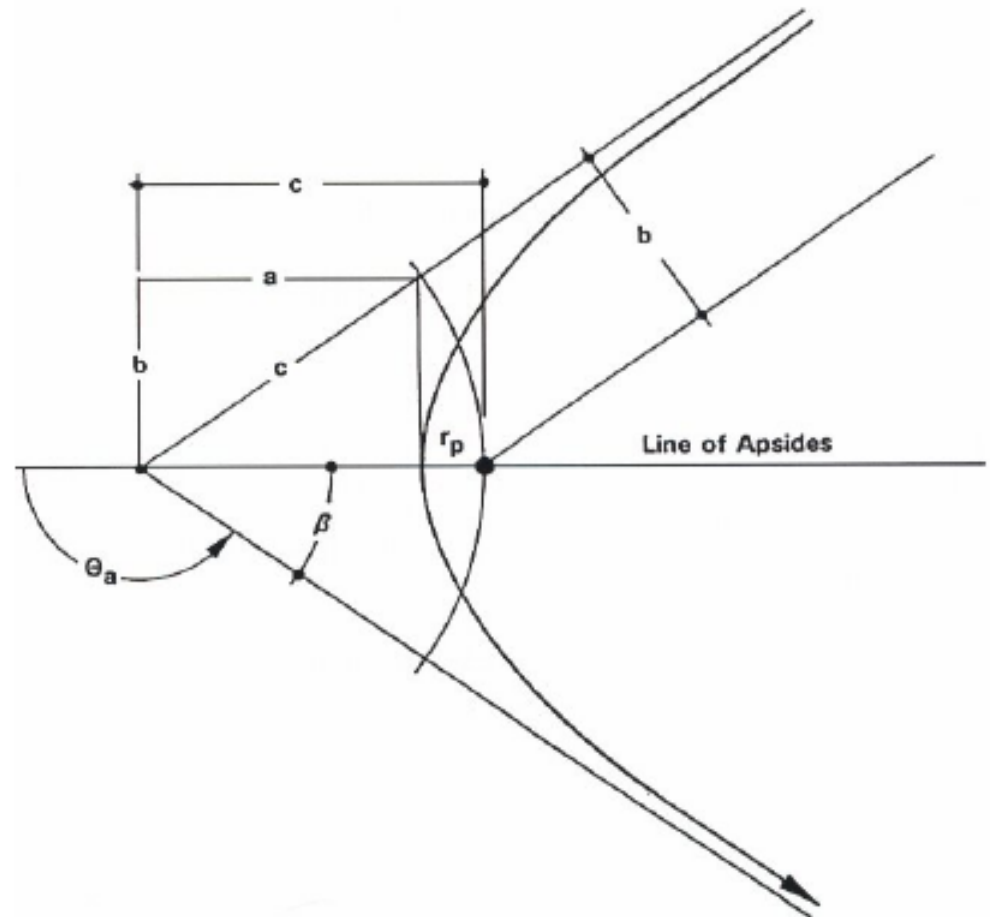
### Órbita Parabólica.

# ÓRBITAS HIPERBÓLICAS

Na Astronomia o uso de órbitas hiperbólicas é muito comum para trabalhos envolvendo cometas e meteoros.

Energia total  $> 0$ .

Em Mecânica Orbital esse tipo de órbita é utilizado em missões que envolvam uma mudança de corpo central, como por exemplo, para se colocar uma sonda numa órbita interplanetária.



A Órbita Hiperbólica.

# MANOBRAS ORBITAIS

O problema de transferir um veículo espacial (dotado de propulsores) de uma órbita para outra tem crescido de importância nos últimos anos.

Aplicações podem ser encontradas em diversas atividades espaciais, tais como:

- colocação de um satélite em órbita geoestacionária
- deslocamento de uma estação espacial
- manutenção de órbita de um satélite
- envio de sondas interplanetárias, etc.

# TRANSFERÊNCIA DE HOHMANN

Hohmann (1925) obteve a solução ótima do problema de transferência de um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares em um campo gravitacional Newtoniano. Essa solução é usada até hoje e foi considerada como a solução final do problema até 1959.

A transferência de Hohmann é a transferência de consumo mínimo executada com dois impulsos entre órbitas circulares e coplanares. Esses impulsos devem ser aplicados no apogeu e perigeu das órbitas consideradas. Essa transferência é de mínima energia.

Na órbita inicial aplica-se um impulso na direção do movimento e de magnitude dada por:

$$\Delta V_0 = V_0 \sqrt{\frac{2 \frac{r_f}{r_0}}{1 + \frac{r_f}{r_0}}} - 1$$

onde  $r_0$  é o raio da órbita inicial,  $r_f$  o raio da órbita final e  $V_0$  a velocidade do veículo na órbita inicial.

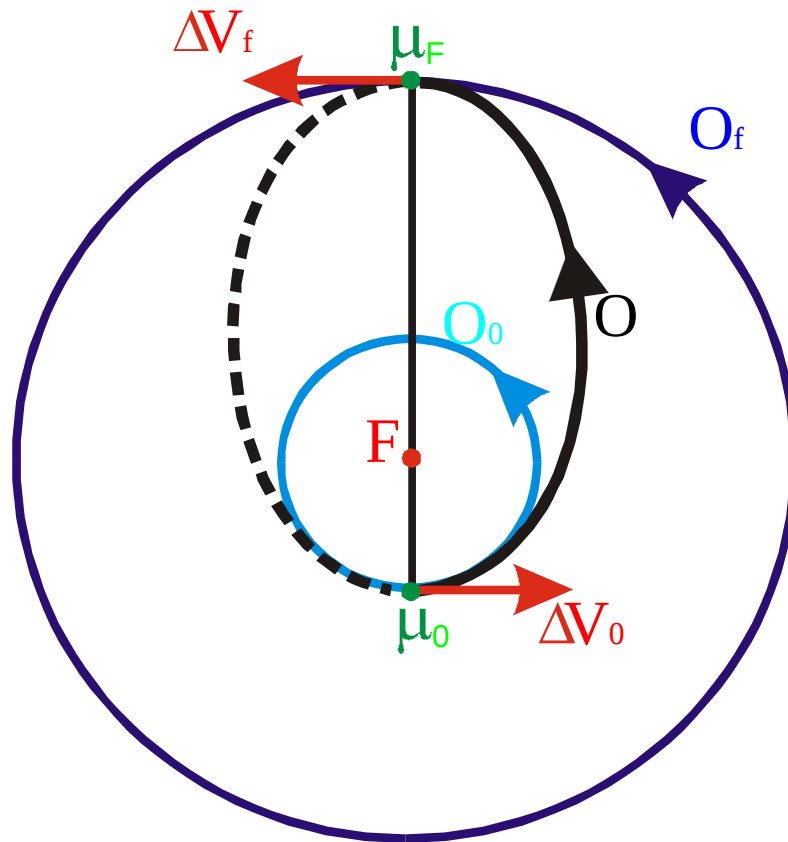
Com isso o veículo entra numa órbita de transferência elíptica com perigeu  $r_0$  e apogeu  $r_f$ .

Então, espera-se que o veículo complete meia revolução e atinja o apogeu, quando é aplicado o segundo impulso, na direção do movimento e com magnitude dada por:

$$\Delta V_f = \frac{1}{\sqrt{\frac{r_f}{r_0}}} - \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{r_f}{r_0}}} V_0$$

que faz com que o veículo entre em uma órbita circular de raio  $r_f$ .

Com isso, temos que o tempo de transferência é a metade do período orbital da órbita.



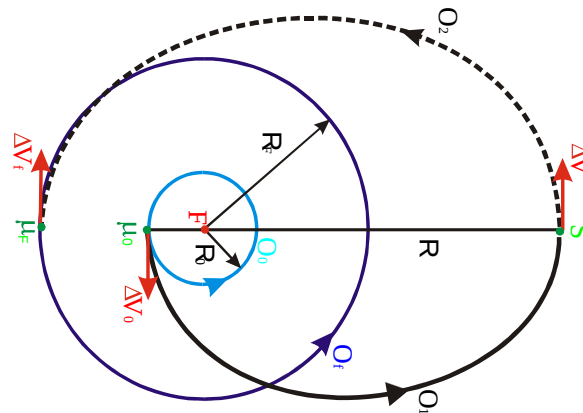
**Transferência de Hohmann**

# TRANSFERÊNCIA BI-ELÍPTICA TRI-IMPULSIVA

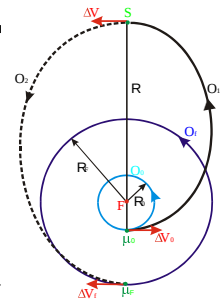
No final da década de 50, foi mostrado que a solução de Hohmann era a solução ótima apenas quando a razão entre os raios das órbitas final e inicial é menor que 11.94.

Nos outros casos, a transferência bi-elíptica tri-impulsiva é mais econômica.

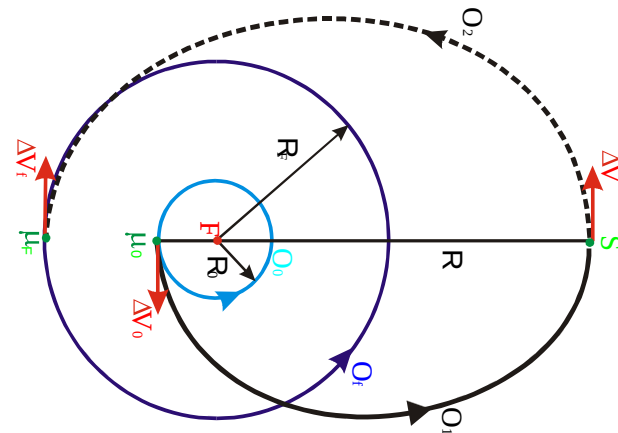
Este método utiliza uma série de três impulsos na manobra, da seguinte maneira:



1. aplica-se o primeiro impulso ( $\Delta V_0$ ) na órbita inicial, na direção do movimento do veículo e com uma magnitude tal que ele entre em uma órbita de transferência coplanar com a órbita inicial e com perigeu em  $r_1$  e apogeu em  $r_i$ ;
2. quando o veículo atinge o apogeu  $r_i$ , é aplicado um segundo impulso ( $\Delta V_1$ ), também na direção do movimento, e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita elíptica com apogeu em  $r_2$  e perigeu em  $r_f$ , ou seja, este impulso é utilizado para efetuar a mudança de inclinação no plano orbital desejado para a manobra;



3. o terceiro e último impulso é aplicado quando o veículo, que se encontra na órbita de transferência, atinge o perigeu, ou seja, quando ele passa pela órbita final desejada. Este impulso é, agora, contrário a direção do movimento e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita circular de raio  $r_f$ . Este impulso é então aplicado com o objetivo de finalizar a transferência.



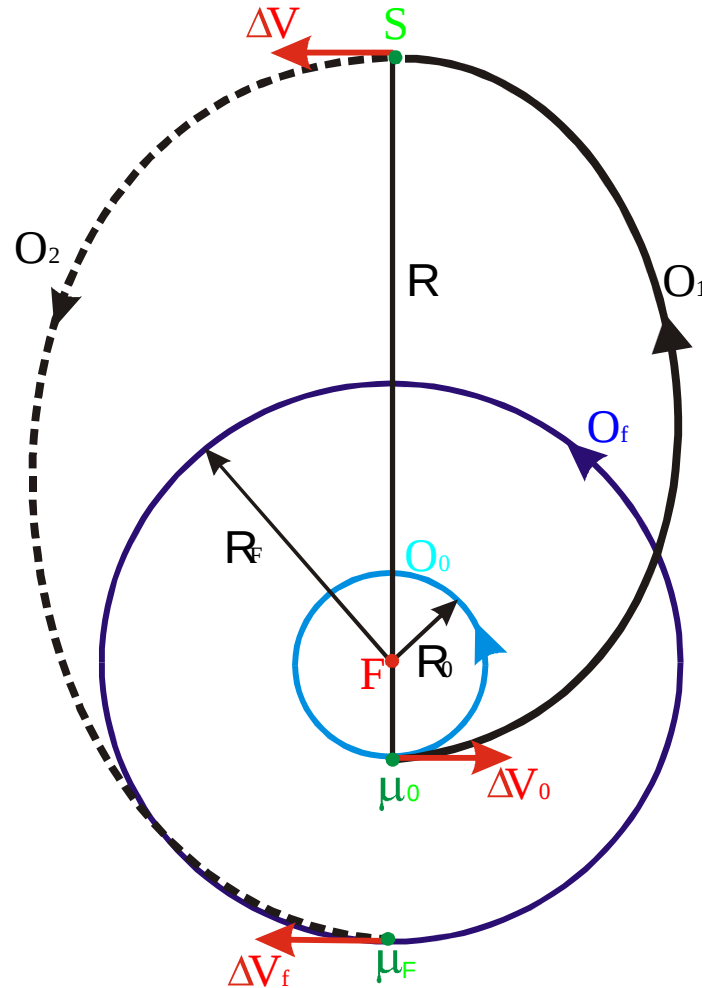
Assim, a magnitude dos 3 impulsos é dada por:

$$\Delta V_1 = V_{c1} \left( \sqrt{\frac{2 \frac{r_2}{r_1}}{1 + \frac{r_2}{r_1}}} - 1 \right) \quad \Delta V_2 = V_{c1} \left( \sqrt{\frac{2 \frac{r_f}{r_1}}{\frac{r_2}{r_1} \left[ \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_f}{r_1} \right]}} - \sqrt{\frac{2}{\frac{r_2}{r_1} \left[ 1 + \frac{r_2}{r_1} \right]}} \right)$$

$$\Delta V_f = V_{c1} \left( \frac{2 \frac{r_2}{r_1}}{\frac{r_f}{r_1} \left[ \frac{r_f}{r_1} + \frac{r_2}{r_1} \right]} - \frac{1}{\frac{r_f}{r_1}} \right)$$

onde  $V_{c1}$  é a velocidade na órbita circular inicial.

Assim, podemos obter  $\Delta V$ , que é dado por:  $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_f$



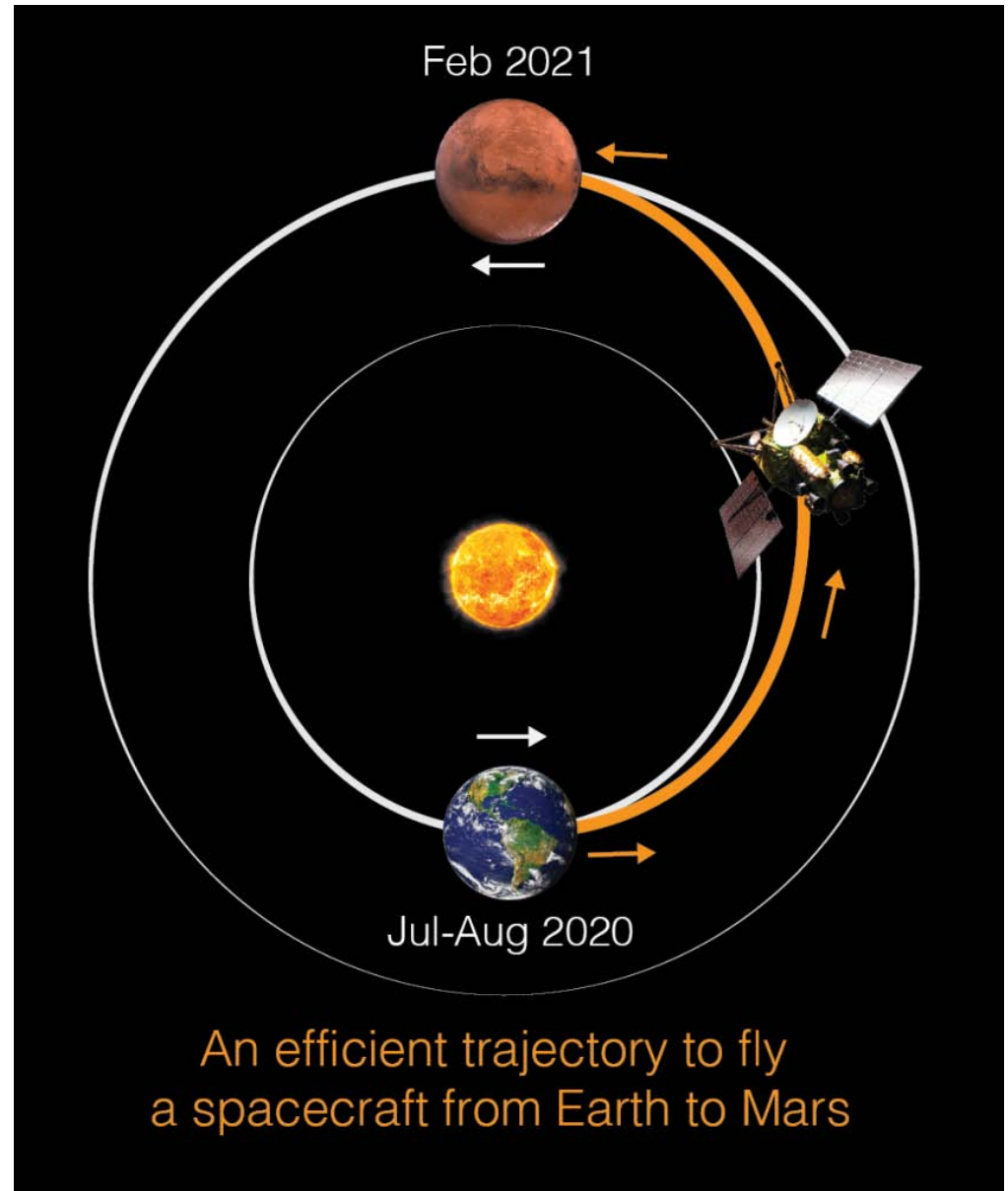
**Transferência bi-elíptica tri-impulsiva**

# Transferência de Hohmann a Marte

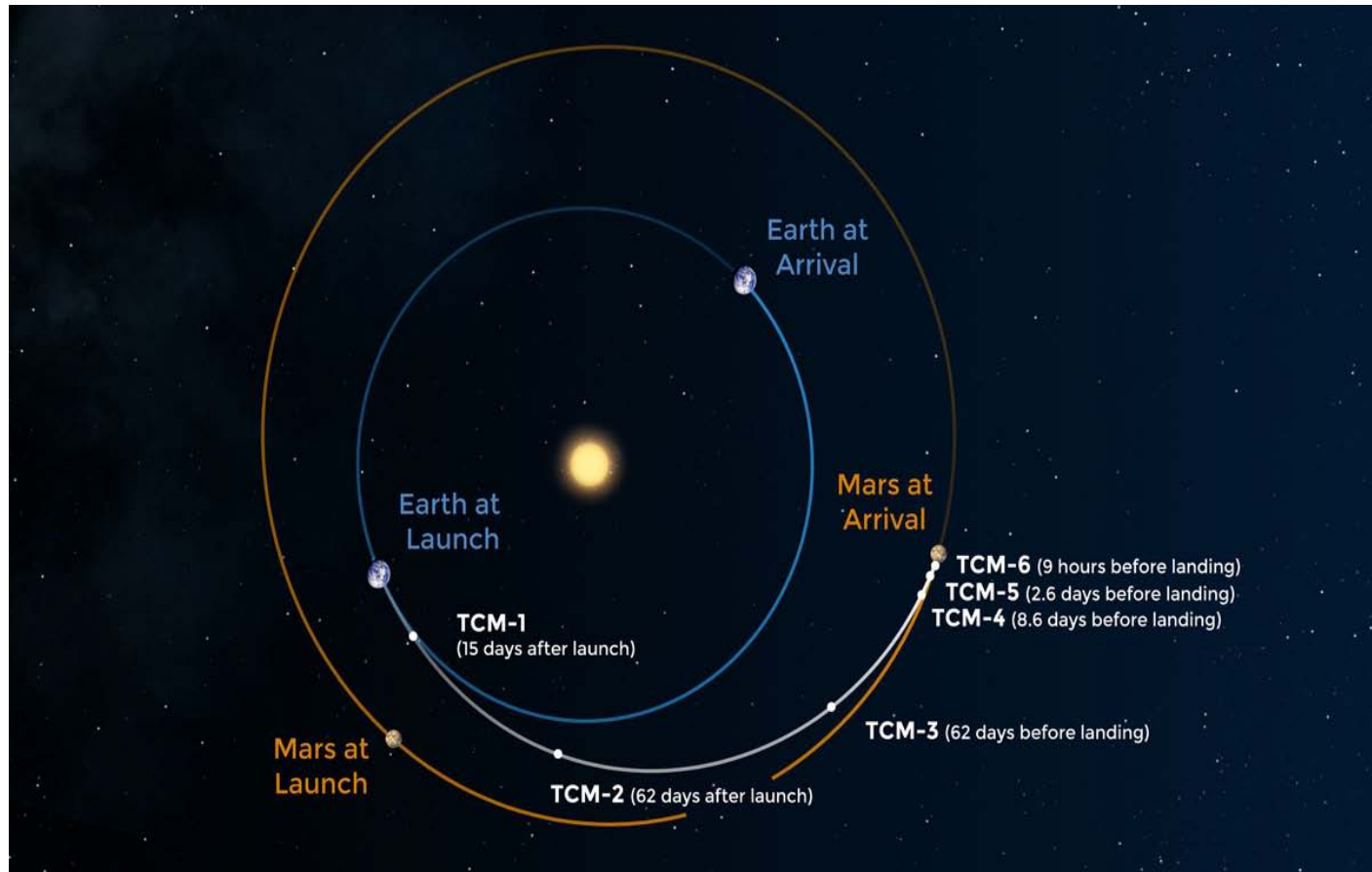
A janela de oportunidade para ir a Marte usando Hohmann se repeta a cada 26 meses;

Não usamos linha reta;

Por isso temos vários veículos indo juntos.

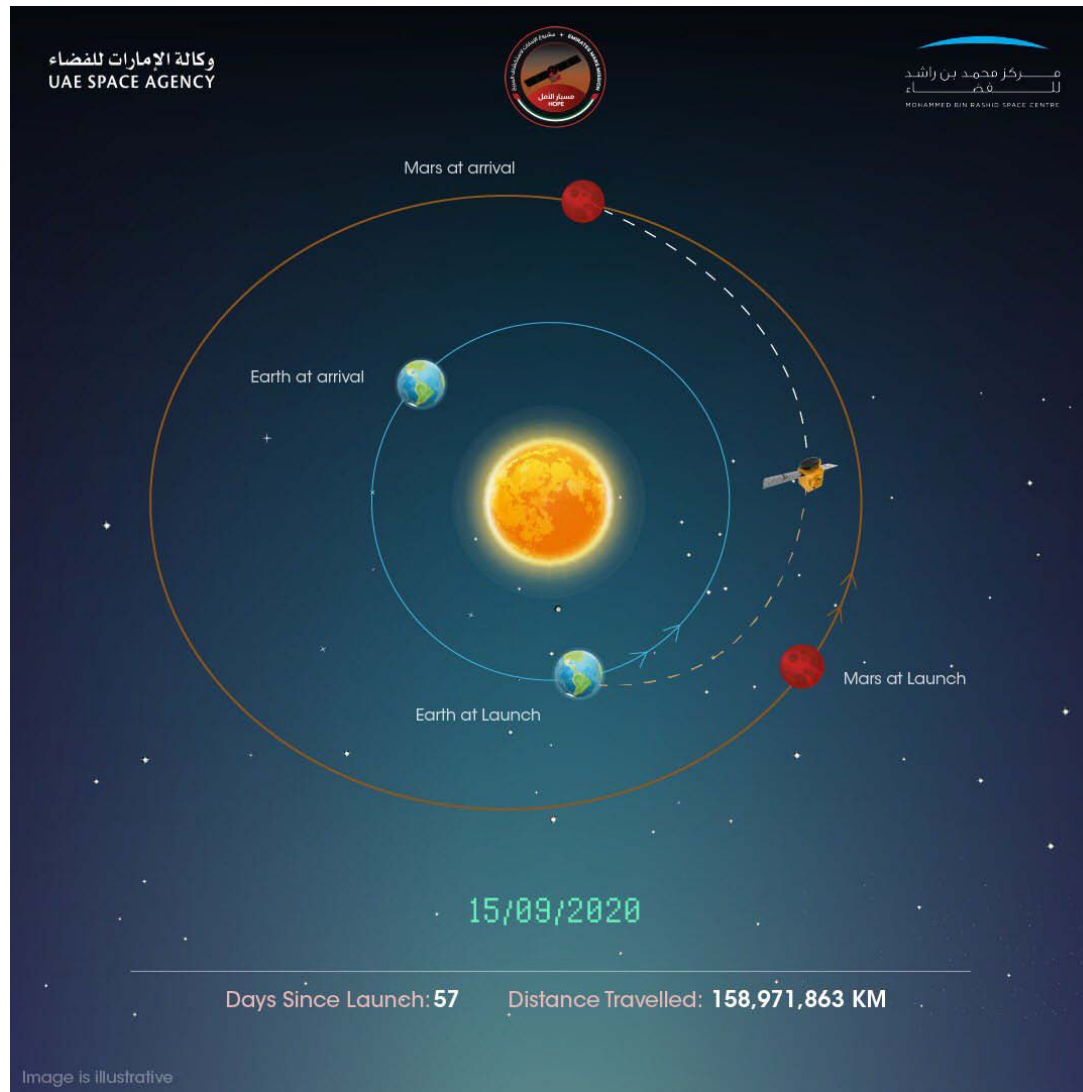


# Viagem a Marte: EUA



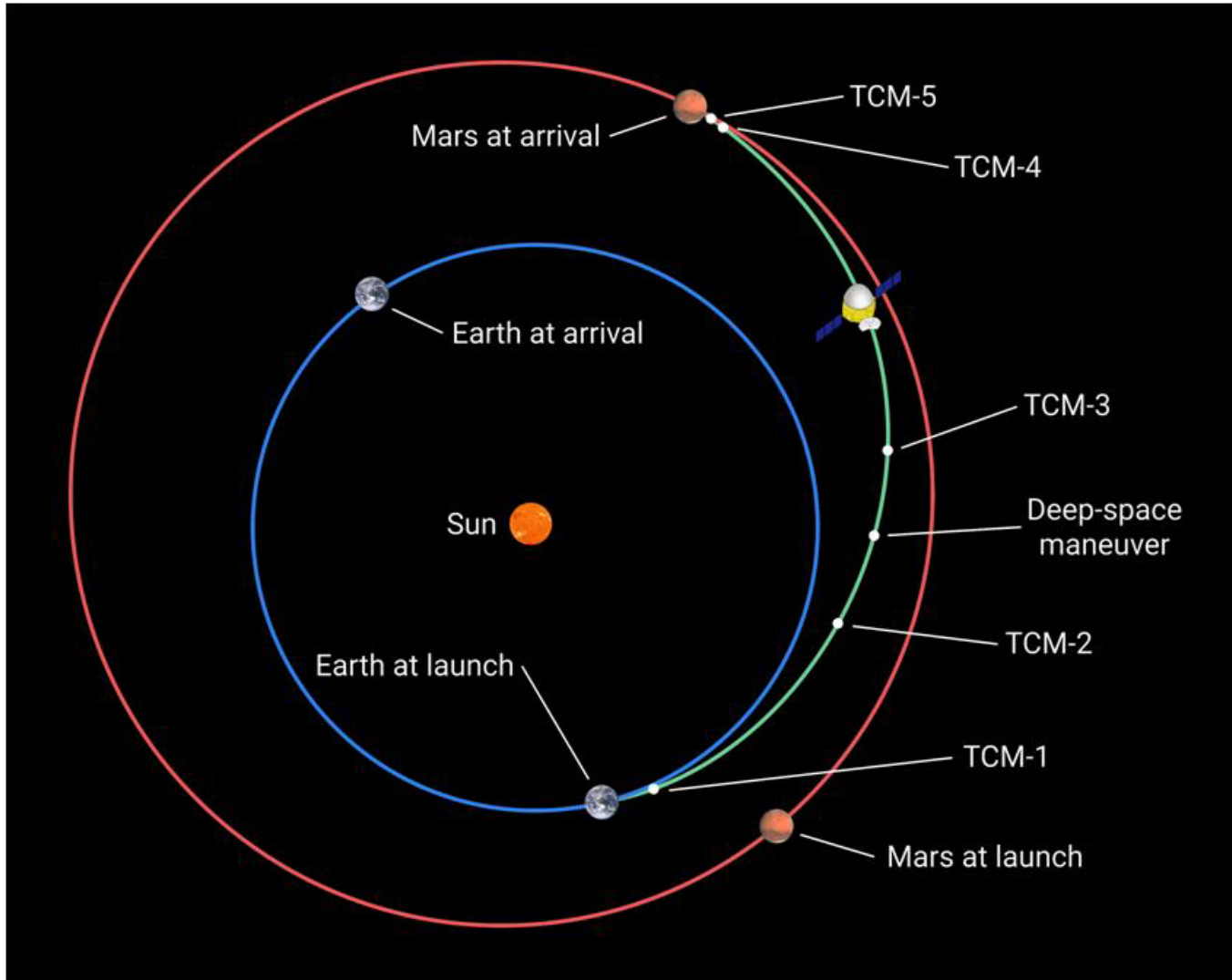
O Perseverance, o novo robô que a Nasa enviou a Marte — Foto: Nasa

# Viagem a Marte: Emirados Árabes



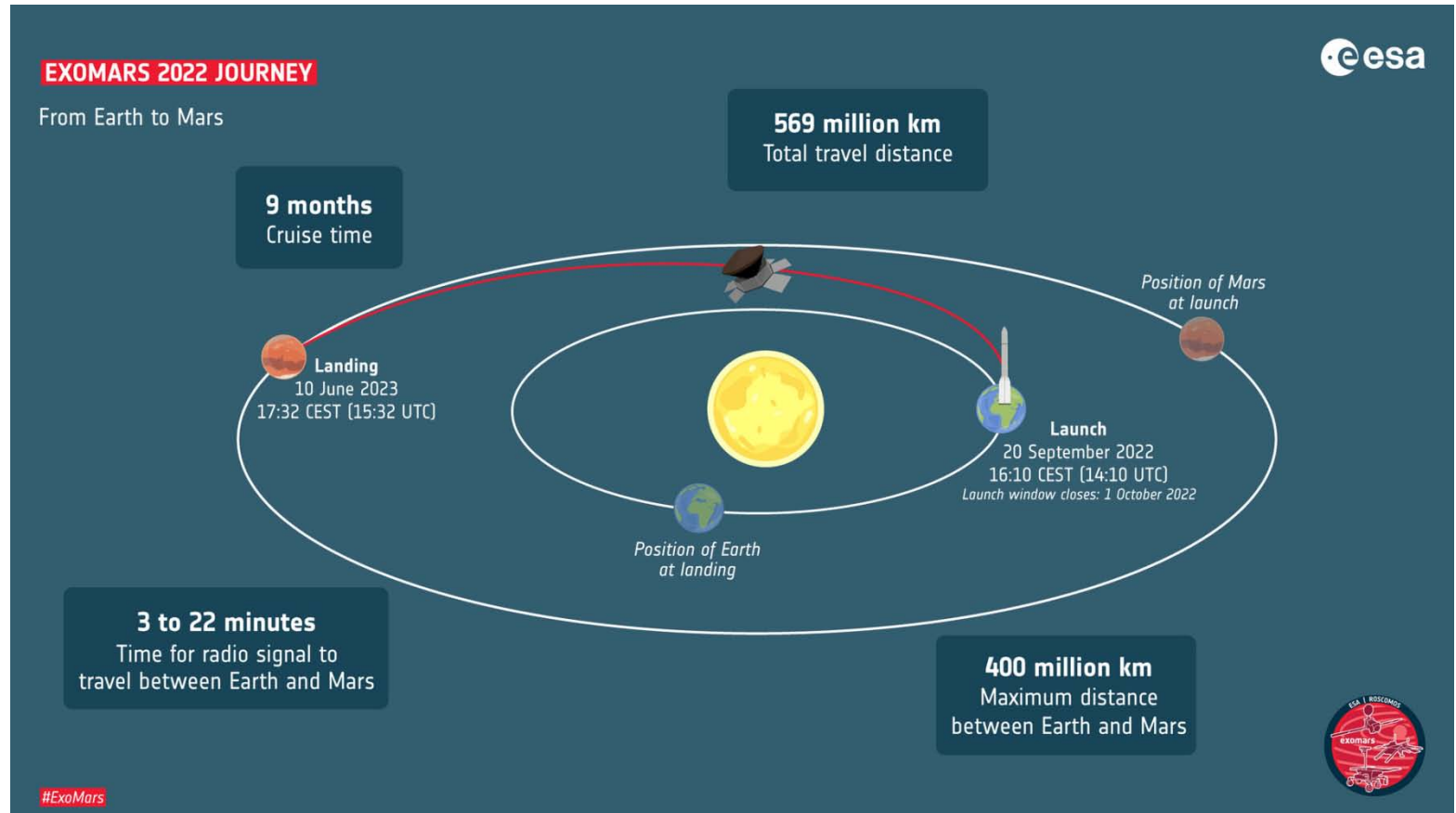
United Arab Emirates' Hope Probe

# Viagem a Marte: China



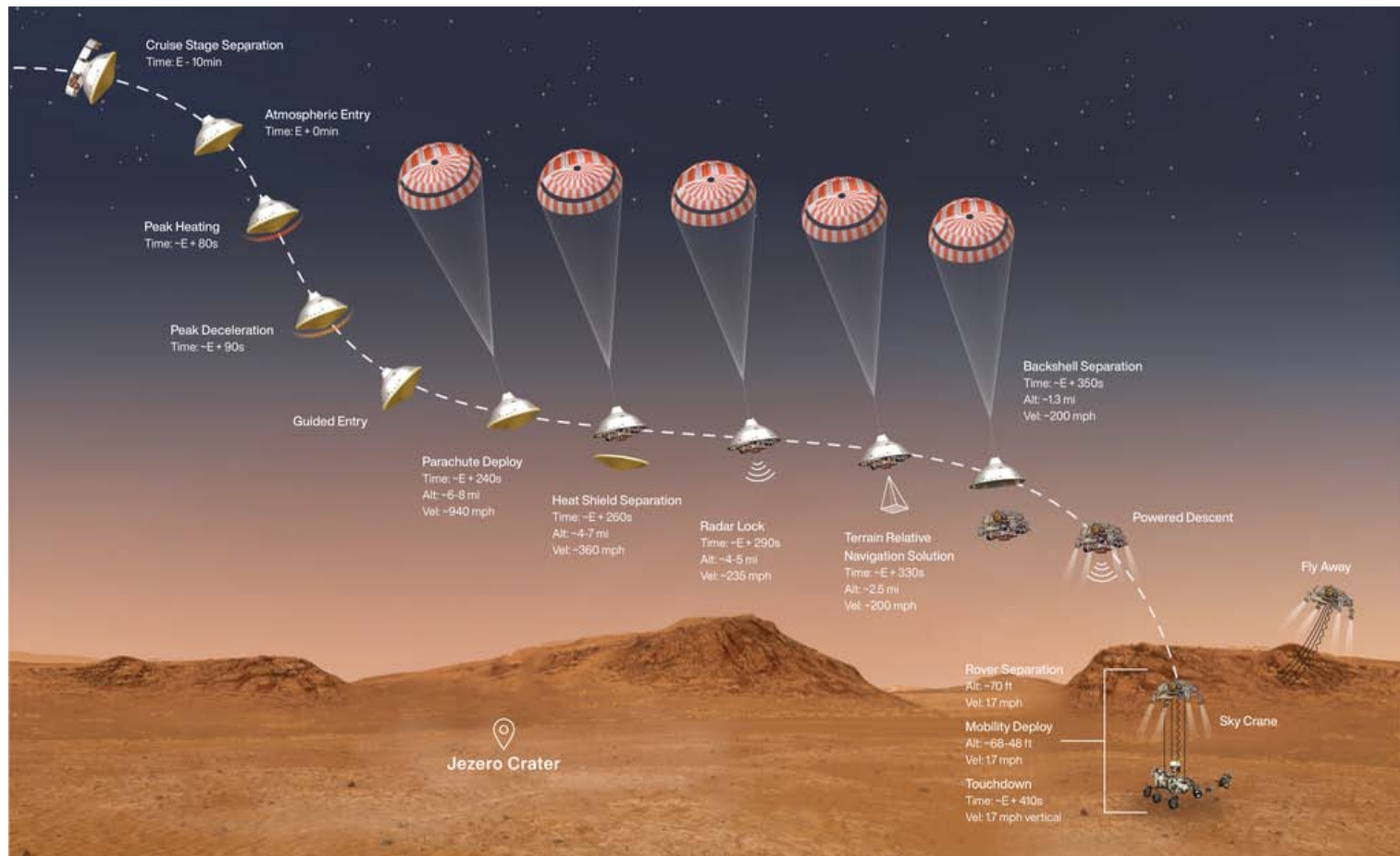
Tianwen-1 transfer orbit and trajectory correction maneuvers (TCM)

# Viagem a Marte: Próxima janela



ExaMars 2020: Europa e Rússia

# Viagem a Marte: Os 7 minutos de terror



O Perseverance, o novo robô que a Nasa enviou a Marte — Foto: Nasa